

# Közgazdaságtan I.

## Számolási feladat-típusok a számonkérésekre

### 6. hét

2019/2020/I.

Kupcsik Réka

# Témakörök

- I. Jelenérték-számítás 1.
- II. Jelenérték-számítás 2.
- III. Intertemporális választás 1.
- IV. Intertemporális választás 2.



# Jelenérték-számítás 1.

- Egy vállalkozó két gép vásárlása közül választhat, melyek 320, illetve 448 dollárba kerülnének számára. Megvásárlásuk után évente 250\$ haszon realizálását tennék számára lehetővé. Az olcsóbbik gép csupán két évig, a drágábbik viszont három évig lenne működképes.
  - a) Melyik gépet érdemes megvásárolnia, ha a piaci kamatláb 20%?
  - b) Melyik gépet érdemes megvásárolnia, ha a piaci kamatláb 50%?
  - c) Milyen kamatláb mellett lenne közömbös számára, hogy melyik gépet veszi meg ?

# Adatok



- 1) -320      250      250
- 2) -448      250      250      250
- a)  $r=0,2 \rightarrow NPV_1$  vs.  $NPV_2$
- b)  $r=0,5 \rightarrow NPV_1$  vs.  $NPV_2$
- c)  $r=? \rightarrow NPV_1=NPV_2$

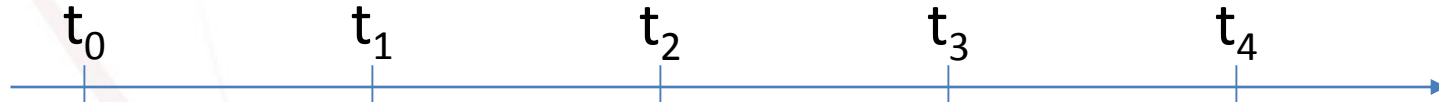
## a) kérdés



1)	-320	250	250	
2)	-448	250	250	250

- $NPV_1 = -320 + 250/1,2 + 250/1,2^2 \approx 61,94$
- $NPV_2 = -448 + 250/1,2 + 250/1,2^2 + 250/1,2^3 \approx 78,62$
- Mivel  $78,62 > 61,94$ , a második gépet érdemes megvenni.

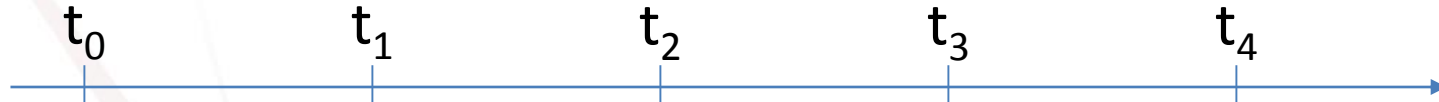
## b) kérdés



1)	-320	250	250	
2)	-448	250	250	250

- $NPV_1 = -320 + 250/1,5 + 250/1,5^2 \approx -42,2$
- $NPV_2 = -448 + 250/1,5 + 250/1,5^2 + 250/1,5^3 \approx -96,148$
- Mivel  $-42,2 > -96,148$ , az első gépet érdekesebb megvenni, de egyik sem jó befektetés.

## c) kérdés



1)	-320	250	250	
2)	-448	250	250	250

- $NPV_1 = -320 + 250/(1+r) + 250/(1+r)^2$
- $NPV_2 = -448 + 250/(1+r) + 250/(1+r)^2 + 250/(1+r)^3$
- Mivel a két NPV egyenlő,  $448 - 320 = 250/(1+r)^3$ , tehát  $(1+r)^3 = 250/128$ , azaz  $1+r = 1,25$ , így a kamatláb 25%.

# Jelenérték-számítás 2.

- Egy gépet 483 fontért lehet megvásárolni. Ha megveszik, 2 évig 425 font/év hozamot hoz; majd a 2. év végén 125 fontért újra eladható.
  - a) Érdemes megvásárolni a gépet, ha a piaci kamatláb 25%?
  - b) Érdemes megvásárolni a gépet, ha a piaci kamatláb 100%?
  - c) Milyen kamatláb mellett lenne közömbös a gép megvásárlása?
  - d) Hogyan változik a közömbös kamatláb, ha a gépet nem lehet újra eladni, de végtelen időszakon át hoz 425 font hozamot?



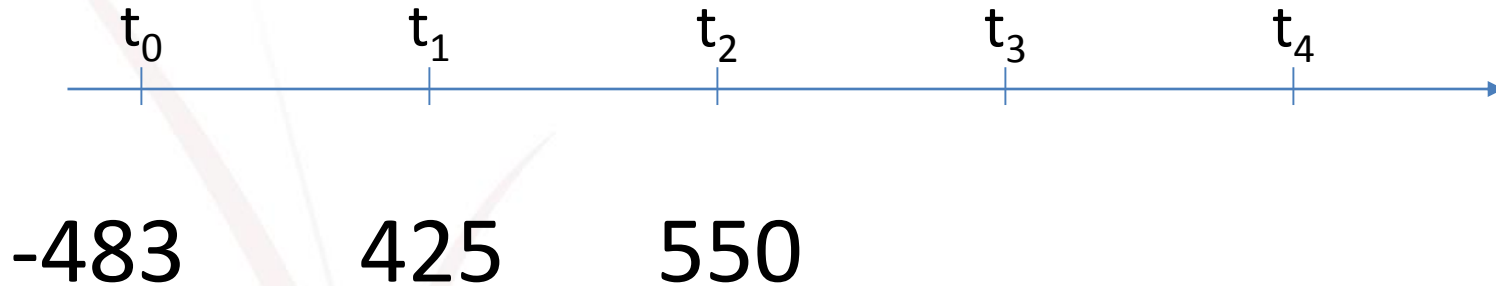
# Adatok a-c)



-483      425      425+125

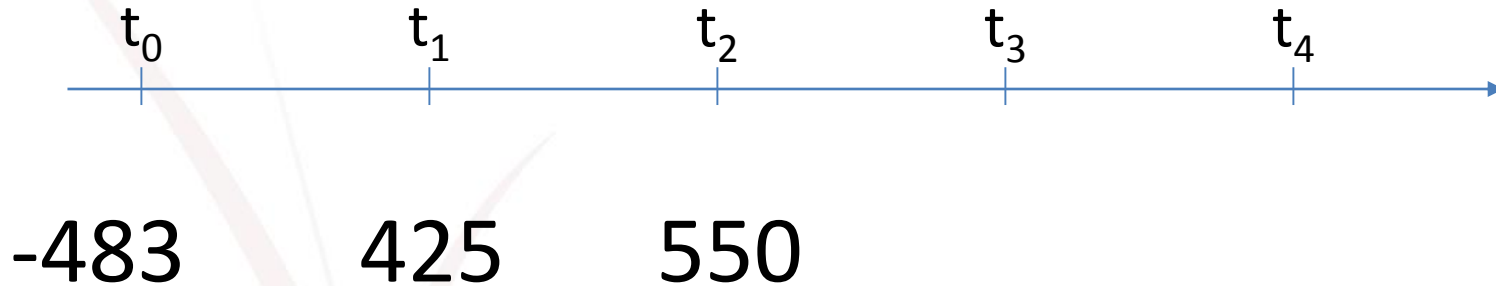
- a)  $r=0,25 \rightarrow NPV>0?$       (ekkor  $1+r=1,25$ )  
b)  $r=1 \rightarrow NPV>0?$       (ekkor  $1+r=2$ )  
c)  $r=? \rightarrow NPV=0$

## a) kérdés



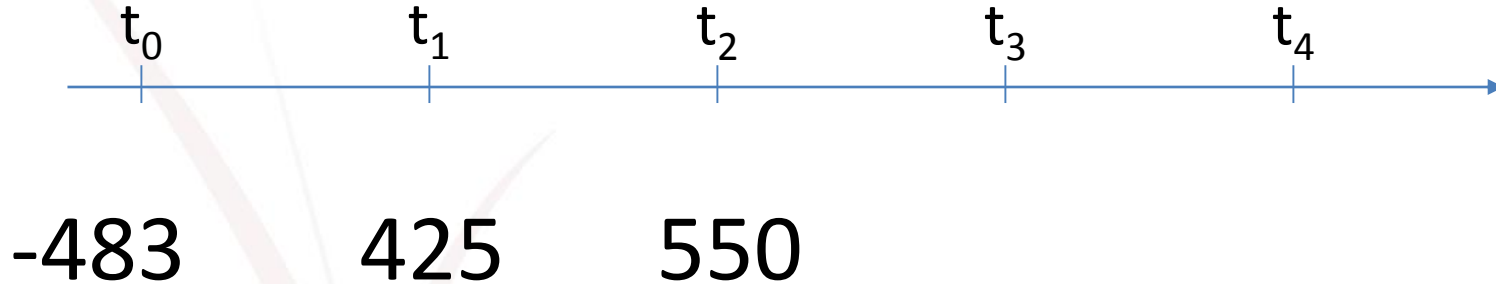
$NPV = -483 + 425/1,25 + 550/1,25^2 = 209 > 0$ ,  
azaz érdemes megvásárolni a gépet.

## b) kérdés



$NPV = -483 + 425/2 + 550/2^2 = -133 < 0$ , azaz  
nem érdemes megvásárolni a gépet.

## c) kérdés



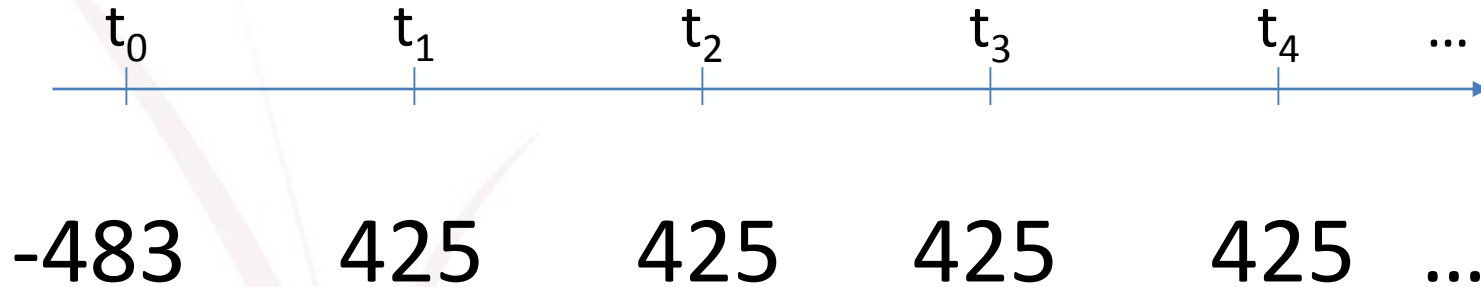
$$\text{NPV} = -483 + 425/(1+r) + 550/(1+r)^2 = 0$$

$$\text{Legyen } R=1+r \rightarrow 483 \cdot R^2 - 425 \cdot R - 550 = 0$$

$$R = \frac{425 + \sqrt{425^2 + 4 \cdot 483 \cdot 550}}{2 \cdot 483} = \frac{425 + 1115}{966} = \frac{770}{483}$$

Így  $r = R - 1 = 287/483 (\approx 0,594) \rightarrow$  kb. 59,4%-os kamatlábnál közömbös a döntés.

## d) kérdés



$$\text{NPV} = -483 + 425/(1+r) + 425/(1+r)^2 + 425/(1+r)^3 + 425/(1+r)^4 + \dots = 0$$

$$\text{Legyen } a = 1/(1+r) \rightarrow 425 \cdot a \cdot [1 + a + a^2 + \dots] = 483$$

$$425 \cdot a \cdot \left[ \frac{1}{1-a} \right] = 483 \quad \rightarrow \quad 425 \cdot a = 483 - 483 \cdot a \quad \rightarrow$$

$908 \cdot a = 483$ , így  $a = 0,5319 \rightarrow 1+r = 1,88$ , azaz a közömbös kamatláb 88%.

# Intertemporális választás 1.

- Egy fogyasztó intertemporális preferenciáit a következő hasznossági függvény adja meg:  $U(C_1, C_2) = \sqrt{C_1 \cdot C_2}$   
A fogyasztó a két időszakban rendre az alábbi jövedelmekre számít: 2000 és 2400. A kamatláb 20%.
  - a) Írja fel az intertemporális költségvetési korlát egyenletét!
  - b) Mennyit fogyaszt a fogyasztó a két időszakban, és mekkora hitelt vesz fel a fogyasztó az első időszakban?
  - c) Ceteris paribus a kamatláb 25%-ra emelkedik. Miként változik ennek hatására a fogyasztó optimális választása? Hogyan változik a fogyasztó összhaszna? Mennyi hitelt vesz fel most?

# a-b) kérdés

a) Költségvetési korlát

$$M_1 \cdot (1 + r) + M_2 = C_1 \cdot (1 + r) + C_2$$

$$2000 \cdot 1,2 + 2400 = C_1 \cdot 1,2 + C_2$$

$$4800 - 1,2 \cdot C_1 = C_2$$

b) Az optimumban a fenti mellett teljesül az érintési feltétel is:

$$|MRS| = 1 + r = 1,2$$

$$|MRS| = \frac{0,5 \cdot C_1^{-0,5} \cdot C_2^{0,5}}{C_1^{0,5} \cdot 0,5 \cdot C_2^{-0,5}} = \frac{C_2}{C_1}, \text{ azaz } C_2 = 1,2 \cdot C_1$$

Tehát  $4800 - 1,2 \cdot C_1 = 1,2 \cdot C_1 \rightarrow C_1 = \frac{4800}{2,4} = 2000$ , így  $C_2 = 2400$ .

Mivel  $M_1 - C_1 = 0$ , nincs hitelfelvétel vagy hitelnyújtás.

## c) kérdés

Költségvetési korlát

$$M_1 \cdot (1 + r) + M_2 = C_1 \cdot (1 + r) + C_2$$

$$2000 \cdot 1,25 + 2400 = C_1 \cdot 1,25 + C_2$$

Az érintési feltétel:  $|MRS| = 1 + r \rightarrow \frac{C_2}{C_1} = 1,25$ , azaz

$$C_2 = 1,25 \cdot C_1. \text{ Tehát } 4900 = 1,25 \cdot C_1 + 1,25 \cdot C_1 \rightarrow$$

$$C_1 = \frac{4900}{2,5} = 1960, \text{ így } C_2 = 2450.$$

$M_1 - C_1 = 2000 - 1960 = 40 > 0$  nagyságú **hitelt nyújt** a fogyasztó.

A fogyasztó hasznossága nő  $U' - U = \sqrt{1960 \cdot 2450} - \sqrt{2000 \cdot 2400} \approx 2191,35 - 2190,89 = 0,46$  egységgel.



# Intertemporális választás 2.

- Irma számára a jelenbeli (1-es index) és a jövőbeli (2-es index) fogyasztás függvényében elérhető hasznosságot a következő függvény írja le:  $U = 2 \cdot C_1 \cdot C_2^2$   
A kamatláb jelenleg 10%. Irma a jelenben 30 millió forintra számíthat, de a következő időszakban nem lesz jövedelme.
  - a) Határozza meg, mennyit fogyaszt Irma az egyes időszakokban!
  - b) Döntse el, hogy a fogyasztó kölcsönadó, vagy kölcsönt vesz fel, és számítsa ki a kölcsön nagyságát!

## a-b) kérdés

a) Költségvetési korlát

$$M_1 \cdot (1 + r) + M_2 = C_1 \cdot (1 + r) + C_2$$

$$30 \cdot 1,1 + 0 = C_1 \cdot 1,1 + C_2$$

Az érintési feltétel:  $|MRS| = 1 + r = 1,1$ 

$$|MRS| = \frac{2 \cdot C_2^2}{2 \cdot C_1 \cdot 2 \cdot C_2} = \frac{C_2}{2 \cdot C_1}, \text{ azaz } C_2 = 2,2 \cdot C_1$$

Tehát  $33 = 1,1 \cdot C_1 + 2,2 \cdot C_1 \rightarrow C_1 = \frac{33}{3,3} = 10$ , így $C_2 = 22$ .b)  $M_1 - C_1 = 30 - 10 = 20 > 0$  nagyságú **hitelt nyújt** Irma.

# További feladatok

- Berde Éva (szerk.): Mikroökonómiai és piacelméleti feladatgyűjtemény (TOKK, Budapest, 2009)
  - Teszt: 20./82., 21./83-87.
- Számolás: lásd. a következő diákon

# Bónusz feladat 1.

- Egy fogyasztó induló pénzkészlete 800 ezer jelenbeli és 1100 jövőbeni pénzegység. A fogyasztó jelenbeli és jövőbeni fogyasztási lehetőségére vonatkozó preferenciáit kifejező hasznossági függvény:  $U = C_1 \cdot C_2$ . A piaci kamatláb 10%.
- a) Határozza meg az intertemporális költségvetési egyenes egyenletét, valamint a megadott feltételek mellett a fogyasztó jelenbeli és jövőbeni fogyasztását!
- b) Határozza meg, hogy a fogyasztó hitelfelvevő vagy hitelnyújtó, és mennyi hitelt nyújt/vesz fel!
- c) Hogyan változik az intertemporális költségvetési egyenes, valamint a fogyasztó jelen és jövőbeni fogyasztása, ha a kamatláb 20%-ra nő?

# Bónusz feladat 2.

- Szalmaláng úr élete két periódusra oszlik. Az első periódusban 15 millió Ft-ot keres, a másodikban nyugdíjba vonul, és megtakarításaiból él. Hasznossági függvénye:  $U(C_1, C_2) = C_1 \cdot C_2$ . A piaci kamatláb 10%.
  - a) Mennyit fogyaszt, amíg keres, illetve mennyit fogyaszt nyugdíjasként?
  - b) Hogyan változik a két időszaki fogyasztása, ha a piaci kamatláb 14%-ra nő?

# Bónusz feladat 3.

- Egy fogyasztó hasznossági függvénye  $U = C_1 \cdot C_2^2$ . A jelenben jövedelme nincs, a jövőben 990 ezer forintra számít. A piaci kamatláb 10%.
  - a) Határozza meg a megadott feltételek mellett a fogyasztó jelenbeli és jövőbeni fogyasztását!
  - b) Határozza meg, hogy a fogyasztó hitelfelvevő vagy hitelnyújtó, és mennyi hitelt nyújt/vesz fel!

# Bónusz feladat 4.

- Egy fogyasztó hasznossági függvénye  $U = C_1^2 \cdot C_2$ . A jelenbeli jövedelme 600 ezer forint, a jövőbeni pedig 720 ezer forint. A piaci kamatláb 20%.
  - a) Határozza meg a megadott feltételek mellett a fogyasztó jelenbeli és jövőbeni fogyasztását!
  - b) Határozza meg, hogy a fogyasztó hitelfelvevő vagy hitelnyújtó, és mennyi hitelt nyújt/vesz fel!